

【問題】 死の鐘と極限環境の最適化理論

【前提条件】

- キャラクターのオーブ取得範囲を r [m]、移動速度を v [m/s] とする。
- 時刻 t [s] におけるフィールド上のマナオーブ密度を $\rho(t)$ [個/m²] とする。
- ゲーム終盤、敵の出現数が時間経過とともに指数関数的に増加する状況を想定し、マナオーブ密度を $\rho(t) = \rho_0 e^{\lambda t}$ と定義する (ρ_0 は初期密度、 λ は密度増加率を示す正の定数)。
- 時刻 $t = 0$ の時点で取得範囲内にあったオーブは無視し、移動によって新たに掃引した面積から得られるオーブのみをカウントする。
- 「死の鐘」の発動条件は、オーブ 444 個の獲得である。

【設問】

第1問: キャラクターが直進移動するとき、新たにオーブを回収できる経路の「幅」を r を用いて表せ。

第2問: 微小時間 dt の間に、キャラクターが新たに掃引する面積 dA を r, v, dt を用いて表せ。

第3問: 上記の微小時間 dt の間に獲得できるマナオーブの数 dN を、 $r, v, \rho_0, \lambda, t, dt$ を用いて表せ。

第4問: 時刻 $t = 0$ から時刻 $t = T$ までの間に獲得できる総オーブ数 $N(T)$ を求めるための定積分の式として、正しいものを次のア～エから選べ。

- ア. $\int_0^T \pi r^2 \rho_0 e^{\lambda t} dt$
- イ. $\int_0^T 2rv\rho_0 e^{\lambda t} dt$
- ウ. $\int_0^T 2rv\rho_0 \lambda e^{\lambda t} dt$
- エ. $\int_0^T r^2 v \rho_0 e^{\lambda t} dt$

第5問: 第4問の定積分を実行し、 $N(T)$ を T の関数として求めた式として正しいものを、次のア～エから選べ。

- ア. $N(T) = 2rv\rho_0(e^{\lambda T} - 1)$
- イ. $N(T) = \frac{2rv\rho_0}{\lambda} e^{\lambda T}$
- ウ. $N(T) = \frac{2rv\rho_0}{\lambda} (e^{\lambda T} - 1)$
- エ. $N(T) = 2rv\rho_0 \lambda (e^{\lambda T} - 1)$

第6問: 時刻 $t = T$ に「死の鐘」がちょうど1回発動したとする。このとき成り立つ方程式を立式せよ。

第7問: 第6問の方程式を、 T について解いた式として正しいものを、次のア～エから選べ。

- ア. $T = \frac{1}{\lambda} \log \left(\frac{222\lambda}{rv\rho_0} + 1 \right)$
- イ. $T = \frac{1}{\lambda} \log \left(\frac{444\lambda}{rv\rho_0} - 1 \right)$
- ウ. $T = \lambda \log \left(\frac{222}{rv\rho_0\lambda} + 1 \right)$
- エ. $T = \log \left(\frac{222\lambda}{rv\rho_0} \right)$

第8問: 導出した $N(T)$ の式において、マナオーブ密度が時間変化しない ($\lambda \rightarrow 0$) 場合の極限を求めた結果として正しいものを、次のア～エから選べ。

- ア. 0
- イ. $2rv\rho_0 T$
- ウ. $\pi r^2 \rho_0 T$
- エ. 極限は存在せず発散する

第9問: 第7問で求めた T の式に注目する。プレイヤーのレベルアップ時、 $r, v > 0$ の条件下で発動時間 T を最小化したい場合、変数 r と v を含む項（積 rv ）をどうすべきか。

- ア. 最大化すべきである
- イ. 最小化すべきである
- ウ. 発動時間 T の増減に積 rv は影響しない